

Aufgabe 1

Untersuchen Sie für die unten angegebenen Tripel $(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, f : \mathfrak{A} \rightarrow \mathfrak{B})$, ob f (i) ein Homomorphismus, (ii) eine Einbettung und/oder (iii) ein Isomorphismus von \mathfrak{A} nach \mathfrak{B} ist.

(a) $\mathfrak{A} := (\mathbb{N}, \max, \min)$
 $\mathfrak{B} := (\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cup, \cap)$
 $f(n) := \{0, \dots, n\}$

(b) $\mathfrak{A} := (\mathbb{R}, +, 0)$
 $\mathfrak{B} := (\mathbb{R}^{>0}, \cdot, 1)$
 $f(x) := e^x$

Aufgabe 2

Sei $\mathfrak{A} := (\mathbb{N}, \leq)$ und $\mathfrak{B} := (\{0, 1\}^*, \preceq)$, wobei \preceq die Präfix-Relation auf Wörtern bezeichnet, d. h. $u \preceq v$ gdw. ein Wort $z \in \{0, 1\}^*$ mit $uz = v$ existiert.

- (a) Geben Sie je einen Homomorphismus von \mathfrak{A} nach \mathfrak{B} und von \mathfrak{B} nach \mathfrak{A} an.
- (b) Geben Sie je einen starken Homomorphismus von \mathfrak{A} nach \mathfrak{B} und von \mathfrak{B} nach \mathfrak{A} an, oder beweisen Sie, dass es einen solchen nicht gibt.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Automorphismengruppe der folgenden Graphen:

