

Aufgabe 1

Formalisieren Sie die folgende Aussage in der Prädikatenlogik:

„Es gibt eine Menge, die genau alle Mengen enthält,
die sich *nicht* selbst enthalten.“

Beweisen Sie mithilfe des Sequenzenkalküls, dass diese Aussage nicht gelten kann. Wie hängt das mit der folgenden Aussage zusammen?

„Der Barbier rasiert genau diejenigen, die sich nicht selbst rasieren.“

Aufgabe 2

Beweisen oder widerlegen Sie semantisch die Korrektheit der folgenden prädikatenlogischen Schlussregeln. Verwenden Sie *nicht* den Sequenzenkalkül. Hierbei ist c ein Konstantensymbol.

$$(a) \frac{\Gamma, \neg\varphi(c, c) \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \forall x \exists y \varphi(x, y)} \quad \text{wobei } c \text{ nicht in } \Gamma \cup \Delta \cup \{\varphi\} \text{ vorkommt}$$

Was passiert, wenn c in φ vorkommen darf?

$$(b) \frac{\Gamma, \exists x \varphi(x), \vartheta \Rightarrow \forall x \psi(x)}{\Gamma, \varphi(c) \Rightarrow \neg\vartheta, \psi(c)}$$