

**Aufgabe 1**

Sei  $\mathfrak{A} := (A = \{3, 4\}, R, <)$  mit der einstelligigen Relationen  $R^{\mathfrak{A}} := \{4\}$  und der üblichen Ordnung  $<$  auf  $\{3, 4\}$ . Betrachten Sie den Satz

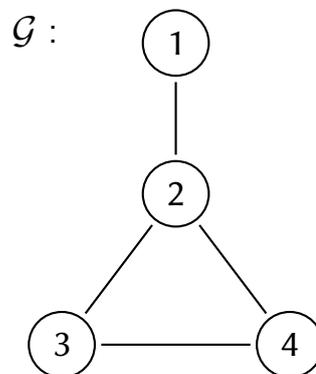
$$\psi := \forall x(Rx \rightarrow \exists y(x < y \wedge Ry)) \in \text{FO}(\{R, <\}).$$

- (a) Geben Sie das Auswertungsspiel  $\text{MC}(\mathfrak{A}, \psi)$  an und bestimmen Sie die Gewinnregionen  $W_\sigma$  der beiden Spieler  $\sigma \in \{0, 1\}$ .
- (b) Beantworten Sie, ob  $\mathfrak{A} \models \psi$  gilt oder nicht, indem Sie eine Gewinnstrategie für einen der Spieler im Auswertungsspiel  $\text{MC}(\mathfrak{A}, \psi)$  angeben. Ist das die einzige mögliche Gewinnstrategie?

**Aufgabe 2**

Beweisen oder widerlegen Sie jeweils, dass die angegebene Funktion oder Relation in der gegebenen Struktur elementar definierbar ist.

- (a)  $\{0, 2, 4\}$  in  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$ .
- (b)  $\{2, 4\}$  in folgendem ungerichteten Graphen  $\mathcal{G} = (\{1, 2, 3, 4\}, E)$ :



- (c)  $\{0, 2, 4\}$  in  $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}, +)$ .
- (d) (optional:)  $\{q\}$  in  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$  für beliebiges, festes  $q \in \mathbb{Q}$ .