

Aufgabe 1

Konstruieren Sie für die folgenden Sequenzen jeweils einen Beweis im Sequenzenkalkül oder nutzen Sie den Algorithmus aus der Vorlesung um eine falsifizierende Interpretation anzugeben.

$$(a) X \rightarrow \neg Z, Y \rightarrow \neg Z \Rightarrow Z \rightarrow \neg(X \vee Y);$$

$$(b) X \vee Y, Y \rightarrow (Z \vee X) \Rightarrow X.$$

Argumentieren Sie nun jeweils *semantisch* ob die Sequenzen gültig sind, d.h. unter direkter Verwendung der Definition von Gültigkeit über Interpretationen.

Aufgabe 2

Eine Schlussregel ist *korrekt*, wenn (für jede Wahl von $\Gamma, \Delta, \psi, \varphi, \dots$) die Gültigkeit aller Prämissen die Gültigkeit der Konklusion impliziert.

Beweisen oder widerlegen Sie die Korrektheit der folgenden Schlussregeln:

$$(a) \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, \psi \rightarrow \varphi \quad \Gamma, \varphi \Rightarrow \Delta, \vartheta}{\Gamma, \psi \Rightarrow \Delta, \vartheta}$$

$$(b) \frac{\Gamma, \varphi \Rightarrow \Delta \quad \Gamma \Rightarrow \Delta, \psi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \psi \rightarrow \varphi}.$$