

### Aufgabe 1

Welche der folgenden Mengen sind funktional vollständig?

(a)  $\{\text{sel}, 0, 1\}$ , wobei  $\text{sel}(u, v, w) = \begin{cases} v, & \text{falls } u = 0; \\ w, & \text{falls } u = 1. \end{cases}$

(b)  $\{\rightarrow, 1\}$

### Aufgabe 2

Welche der folgenden Formeln sind zu einer Horn-Formel äquivalent? Beweisen Sie Ihre Aussagen!

(i)  $(X \rightarrow Z) \vee (Y \rightarrow Z)$

(ii)  $X \leftrightarrow \neg Y$

### Aufgabe 3

Eine Fabrik, die unnütze Maschinen herstellt, soll auf Ausfallsicherheit geprüft werden. Dafür wurden folgende Bedingungen identifiziert:

- Die Fabrik fällt genau dann aus, wenn der Hauptrechner mit einem unbekanntem Fehler terminiert und der Roboter nur noch im Weg steht.
- Ist eine Maus in der Fabrik, so erschreckt sich ein Arbeiter so, dass er wahllos auf Schalter drückt.
- Falls ein Arbeiter wahllos auf Schalter drückt, und außerdem ein Krümel eines Pausenbrottes in eine Maschine fällt, stört das die Software des Roboters, sodass er nur noch im Weg steht, zudem bekommen die produzierten unnützen Maschinen einen Sinn.
- Falls ein Arbeiter wahllos auf Schalter drückt und der Roboter im Weg steht, wird es dem Fabrikbesitzer zu bunt und er behebt die Fehler, sodass die Fabrik nicht ausfällt.
- Falls die unnützen Maschinen einen Sinn bekommen, terminiert der Hauptrechner mit einem unbekanntem Fehler.
- Falls der Hauptrechner terminiert, werden die automatischen Mausefallen deaktiviert und Mäuse laufen durch die Fabrik.

Formalisieren Sie die Bedingungen als Horn-Formeln und wenden Sie den Markierungsalgorithmus an, um zu bestimmen, ob die Fabrik ausfallen kann.