

Mathematische Logik

SS 2017

Prof. Dr. Erich Grädel

Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen



This work is licensed under:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>

Dieses Werk ist lizenziert unter:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>

© 2017 Mathematische Grundlagen der Informatik, RWTH Aachen.

<http://www.logic.rwth-aachen.de>

Inhaltsverzeichnis

0	Notation und Konventionen	1
1	Aussagenlogik	3
1.1	Syntax und Semantik der Aussagenlogik	3
1.2	Boolesche Funktionen und Normalformen	10
1.3	Horn-Formeln	15
1.4	Der Kompaktheitssatz der Aussagenlogik	17
1.5	Aussagenlogische Resolution	24
1.6	Der aussagenlogische Sequenzenkalkül	31
2	Syntax und Semantik der Prädikatenlogik	39
2.1	Strukturen	40
2.2	Ein Zoo von Strukturen	42
2.3	Syntax der Prädikatenlogik	47
2.4	Semantik der Prädikatenlogik	52
2.5	Normalformen	56
2.6	Spieltheoretische Semantik	65
3	Definierbarkeit in der Prädikatenlogik	73
3.1	Definierbarkeit	73
3.2	Das Isomorphielemma	77
3.3	Theorien und elementar äquivalente Strukturen	81
3.4	Ehrenfeucht-Fraïssé-Spiele	83
4	Vollständigkeitsatz, Kompaktheitssatz, Unentscheidbarkeit	93
4.1	Der Sequenzenkalkül	93
4.2	Der Vollständigkeitsatz	96
4.3	Der Beweis des Vollständigkeitsatzes	98

4.4	Der Kompaktheitssatz, Axiomatisierbarkeit und Größe von Modellen	109
4.5	Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik	115
5	Modallogik, temporale Logiken und monadische Logik	121
5.1	Syntax und Semantik der Modallogik	121
5.2	Bisimulation	125
5.3	Abwicklungen und Baummodell-Eigenschaft	130
5.4	Temporale Logiken	131
5.5	Monadische Logik	137
	Symbole	139

0 Notation und Konventionen

In dieser Vorlesung ist 0 ein Element der natürlichen Zahlen.

Um klar zwischen logischen Formeln und metasprachlichen Aussagen und Beweisen über logische Formeln zu unterscheiden, ist es in der Logik nicht üblich, logische Junktoren und Quantoren ($\forall, \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow$) außerhalb von Formeln zu benutzen. Das gleiche gilt für das Symbol \Rightarrow , das in Kapitel 1 definiert wird und nicht mit dem Junktor \rightarrow zu verwechseln ist. An vielen Stellen bietet es sich an, metasprachliche Aussagen in Prosa zu formulieren.