

Aufgabe 1

Betrachten Sie folgende Strukturen. Bestimmen Sie jeweils die kleinste Zahl $m \in \mathbb{N}$ mit $\mathfrak{A} \not\equiv_m \mathfrak{B}$ oder beweisen Sie, dass $\mathfrak{A} \equiv \mathfrak{B}$. Geben Sie im ersten Fall eine Formel vom Quantorenrang m an, welche die Strukturen trennt, sowie Gewinnstrategien für Herausforderer bzw. Duplikatorin in den Spielen $G_m(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$ und $G_{m-1}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$.

- (i) $\mathfrak{A}_1 := (\{1, 2, 3, 4\}, <)$;
- (ii) $\mathfrak{A}_2 := (\mathbb{N}, <)$;
- (iii) $\mathfrak{A}_3 := (\mathbb{Z}, <)$;
- (iv) $\mathfrak{A}_4 := (\mathbb{Q}, <)$.