

3. Übung Mathematische Logik

Abgabe: bis Mittwoch, den 07.05. um 09:00 Uhr am Lehrstuhl.

Geben Sie bitte Namen, Matrikelnummer und die Übungsgruppe an.

Aufgabe 1

15 Punkte

Bearbeiten Sie den eTest im L2P.

Aufgabe 2

10 Punkte

(a) Überprüfen Sie mithilfe der Resolutionsmethode, ob die folgende Formel unerfüllbar ist:

$$(X \vee \neg Y \vee W) \wedge (\neg Y \vee \neg W) \wedge (X \vee Y \vee \neg Z) \wedge Z \wedge (\neg X \vee \neg Z) \wedge (W \vee \neg X \vee Z) \wedge (\neg W \vee Z)$$

(b) Überprüfen Sie mit der Resolutionsmethode, ob die folgende Formel eine Tautologie ist:

$$(\neg X \wedge \neg W \wedge \neg Y) \vee (Q \wedge \neg W \wedge \neg X) \vee (\neg Q \wedge \neg W \wedge \neg Y) \vee (Y \wedge \neg X)$$

(c) Überprüfen Sie mit der Resolutionsmethode, ob die folgende semantische Folgerung gilt:

$$\{\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z, X \vee W, \neg Y \vee \neg W, \neg W\} \models \neg(X \rightarrow Y) \vee \neg Z$$

Aufgabe 3

10 Punkte

(a) Wir definieren folgende Einschränkung des Resolutionskalküls: Bei der *geraden Resolution* darf nur dann eine Resolvente aus den Klauseln C_1, C_2 gebildet werden, wenn die Anzahl der positiven Literale in C_1 oder C_2 gerade ist.

Zeigen Sie, dass die gerade Resolution (i) vollständig und (ii) korrekt ist.

Hinweis: Orientieren Sie sich am Beweis aus der Vorlesung.

(b) Zeigen Sie per gerader Resolution, dass die Klauselmenge

$$\mathcal{K} = \{\{Z, \neg Q\}, \{X, Y, \neg Z\}, \{\neg Y, X\}, \{\neg X, \neg Q\}, \{Q\}\}$$

unerfüllbar ist.

Aufgabe 4

5 Punkte

Beweisen oder widerlegen Sie semantisch (d.h. mithilfe von Interpretationen), ob die folgenden Sequenzen gültig sind:

(a) $X \vee \neg Y \vee W, Y \vee \neg Z \vee \neg W, Z \rightarrow \neg X, (Z \wedge W) \vee X \Rightarrow W, \neg W$

(b) $X \rightarrow (Y \wedge Z), Z \rightarrow (Y \vee X) \Rightarrow \neg Z, \neg X, W$

(c) $(Z \wedge Y) \vee (X \wedge W), W \rightarrow Z \Rightarrow Z$