Aufgabe 1

Wir definieren die *Doppelresolution* analog zum Resolutionsverfahren aus der Vorlesung, jedoch mit einem neuen Resolventenbegriff: Seien C, C_1, C_2 Klauseln. C heißt *Doppelresolvente* von C_1 und C_2, falls es (nicht notwendigerweise verschiedene) Literale Y, Z gibt, so dass $\{Y, Z\} \subseteq C_1$, $\{\overline{Y}, \overline{Z}\} \subseteq C_2$ und

$$C = (C_1 \setminus \{Y, Z\}) \cup (C_2 \setminus \{\overline{Y}, \overline{Z}\}) .$$

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) Der Doppelresolutionskalkül ist vollständig.

(b) Der Doppelresolutionskalkül ist korrekt.

Aufgabe 2

Konstruieren Sie im Sequenzenkalkül Beweise oder falsifizierende Interpretationen für folgende Sequenzen:

(a) $X \to \neg Z,\ Y \to \neg Z \ \Rightarrow\ Z \to ((X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge \neg Y))$;

(b) $X \vee Y,\ Y \to (Z \vee X) \ \Rightarrow\ X$;

Aufgabe 3

Welche der folgenden Sequenzen sind gültig? Begründen Sie ihre Antworten semantisch, d. h. mit Hilfe von Interpretationen, nicht durch Ableitungen im Sequenzenkalkül.

(a) $X \vee Y,\ Z \to \neg Y \Rightarrow \neg X \to \neg Z$;

(b) $X \to (Y \vee Z),\ \neg(Y \wedge Z) \Rightarrow X,\ \neg Z$.