

### Aufgabe 1

- (a) Wir betrachten die Struktur  $\mathfrak{Z} = (\mathbb{Z}, <, P)$  wobei  $P = 4\mathbb{Z}$ . Für welche Elemente  $x \in \mathbb{Z}$  ist die Menge  $x\mathbb{Z}$  elementar definierbar in  $\mathfrak{Z}$ ?
- (b) Zeigen Sie, dass die folgenden Relationen in der Struktur  $(\mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0}, \cdot, P, f)$  elementar definierbar sind. Dabei sind  $\cdot$  die elementweise Multiplikation,  $P = \{(a, b) \in \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0} \mid a \geq 1, b > 1\}$  und  $f((a, b)) = (a, 0)$ ;
- (i) die einstellige Relation  $\{(0, b) \mid b \in \mathbb{R}_{\geq 0}\}$ ;
  - (ii) die lexikographische Ordnung  $(a, b) < (c, d) \Leftrightarrow (a < c)$  oder  $(a = c$  und  $b < d)$ .