

### Aufgabe 1

Seien  $E$  und  $R$  zweistellige Relationssymbole und  $f$  ein zweistelliges Funktionssymbol. Formen Sie die folgende Formel in Negations- und Pränexnormalform um.

$$\psi := \forall y (fy \neq x \rightarrow \exists z \forall x (Rxy \rightarrow \forall y Sfzfy)).$$

### Aufgabe 2

Wir betrachten die Struktur  $\mathfrak{A} = (\mathbb{R}, +, <, M)$ , eine Expansion der geordneten Gruppe der reellen Zahlen mit einem einstelligem Relationssymbol  $M$ . Formulieren Sie folgende Sachverhalte in FO:

- (i)  $x$  ist innerer Punkt von  $M$ ;
- (ii)  $M$  ist abgeschlossen.

### Aufgabe 3

Axiomatisieren Sie folgende Klassen in  $\text{FO}(\{+, f\})$ , wobei  $f$  ein einstelliges und  $+$  ein zweistelliges Funktionssymbol ist:

- (a) die Klasse der Strukturen  $\mathfrak{A}$ , so dass der Graph der Funktion  $f^{\mathfrak{A}}$  keine Zykkel hat;
- (b) die Klasse der Gruppen  $\mathfrak{A} = (A, +^{\mathfrak{A}})$ , die keine nicht-trivialen endlichen Teilgruppen haben (triviale Teilgruppen sind  $\mathfrak{A}$  und  $(\{0\}, +^{\mathfrak{A}})$ , wobei  $0$  das neutrale Element ist).