Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel, D. Fischer, W. Pakusa

SS 2011

11. Übung Logik und Spiele

Abgabe: bis Dienstag, den 12. 07. um 12:00 Uhr am Lehrstuhl oder in der Vorlesung.

Aufgabe 1

In der Vorlesung wurde $\mathrm{PGS}^\infty = \mathrm{PLS}^\infty$ bewiesen. Zeigen Sie, dass auch $\mathrm{MGS}^\infty = \mathrm{MLS}^\infty$ gilt.

Aufgabe 2

(a) Sei $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ ein gemischtes Nash-Gleichgewicht eines endlichen Spiels Γ in strategischer Form. Zeigen Sie: Für jeden Spieler i und jede Strategie $s \in \mathrm{supp}(\mu_i)$ gilt $s \in \mathrm{PLS}_i^\infty$.

(b) Zeigen Sie, dass die Aussage nicht für schwache Dominanz gilt. Geben Sie ein endliches Spiel Γ an, so dass ein reines Nash-Gleichgewicht $(s_1, \dots, s_n)$ existiert mit $s_i \notin \mathrm{PL}^\infty$ für mindestens einen Spieler i.

Aufgabe 3

Wir betrachten ein Spiel, in welchem drei Spieler um einen Gewinn von 1€ spielen, indem sie gleichzeitig jeweils eine ganze Zahl zwischen 1 und K wählen (für ein festes $K \geq 2$). Diejenigen Spieler deren Zahl am nächsten bei $\frac{2}{3}$ des Mittelwertes aller gewählten Zahlen liegt, teilen den Gewinn gleichmäßig untereinander auf.

(a) Gibt es Zahlen $1 \leq x \leq K$, so dass das Strategieprofil (x, x, x) ein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien ist?

(b) Finden Sie nun alle Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien für dieses Spiel.

Hinweis: Betrachten Sie in einem Strategieprofil einen Spieler der die höchste Zahl wählt.

Aufgabe 4

Wir betrachten erneut das Spiel aus Aufgabe 3.

(a) Identifizieren Sie alle Nash-Gleichgewichte in gemischten Strategien.

(b) Bestimmen Sie ferner für alle Spieler die Menge der rationalisierbaren Strategien.