Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel, Dr. Łukasz Kaiser, R. Rabinovich

SS 2010

2. Übung Algorithmische Modelltheorie

Abgabe: bis Mittwoch, 5. Mai um 12:00 Uhr am Lehrstuhl.

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass das Parkettierungsproblem über $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ auf das Parkettierungsproblem über $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ reduzierbar ist.

Hinweis: Benutzen Sie das Lemma von König.

Aufgabe 2

Sei X die Menge der relationalen FO-Sätze der Form $\exists x_1 \dots \exists x_r \forall y_1 \dots \forall y_s \, \varphi$, wobei $r, s \in \mathbb{N}$ und φ quantorenfrei ist. Zeigen Sie, dass $\mathrm{Sat}(X)$ entscheidbar ist.

Hinweis: Zeigen Sie, dass jeder erfüllbare Satz in X ein Model mit höchstens $\max(r, 1)$ Elementen hat.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass $[\forall^3\exists, (0, \omega), (0)]_=$ eine konservative Reduktionsklasse ist.

Hinweis: Reduzieren Sie die Klasse $[\forall\exists\forall, (0, \omega), (0)]_=$ auf $[\forall^3\exists, (0, \omega), (0)]_=$, indem Sie eine Formel $\psi := \forall x \exists u \forall y \alpha \in [\forall\exists\forall, (0, \omega), (0)]$ durch die Formel $\varphi := \forall x \forall y \forall z \exists v \vartheta$ ersetzen, wobei $\vartheta := (Fxv \land (Fxy \rightarrow y = v)) \land (Fxz \rightarrow \alpha[u/z])$ ist.